Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Institut für Theoretische Physik

Übungen zur Vorlesung „Elektrodynamik"

Prof. Dr. T. Gehrmann

Blatt 11 –Frühjahrssemester 2013
Abgabe: 14.05.2013
Besprechung: ETH 15.05.2013
UZH 16.05.2013

http://www.itp.phys.ethz.ch/education/fs13/ed

Aufgabe 1 Fourier-Transformation

Berechnen Sie die Fouriertransformierten folgender Funktionen/Gleichungen:

i) $af(\vec{x}) + bg(\vec{x}), \quad a, b \in \mathbf{C}$

ii) $\vec{\nabla} f(\vec{x})$

iii) $f(\vec{x})g(\vec{x})$

iv) $f(\vec{x}) = f^*(\vec{x})$

v) $\delta(\vec{x})$

δ sei die Deltadistribution und f, g seien fouriertransformierbare Funktionen:

$$f(\vec{x}) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \hat{f}(\vec{k}) e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} \quad \text{und} \quad \hat{f}(\vec{k}) = \int d^3x f(\vec{x}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}}. \tag{1}$$

Aufgabe 2 Elliptisch polarisierte Wellen

Zeigen Sie, daß für die allgemeine Wellenform ($\vec{k} = |\vec{k}|\vec{e}_z$, $\vec{E} = E_x\vec{e}_x + E_y\vec{e}_y$)

$$E_x = |E_{0x}| \cos(kz - \omega t + \varphi) \tag{2}$$
$$E_y = |E_{0y}| \cos(kz - \omega t + \varphi + \delta) \tag{3}$$

– bitte wenden –

der Vektor $\vec{E}$ eine Ellipse in der $(x-y)$-Ebene beschreibt.
Zeigen Sie, daß diese allgemeine Wellenform als Superposition zweier entgegengesetzt zirkular polarisierter Wellen

$$\vec{E} = Re[E_+(z,t)\vec{e}_+ + E_-(z,t)\vec{e}_-] \tag{4}$$

dargestellt werden kann.

Aufgabe 3 Eichung und Polarisationsvektoren

Betrachten Sie eine ebene Welle mit Vektorpotential $A^\mu = a^\mu e^{i(\vec{k}\cdot\vec{x}-\omega t)}$, wobei a^μ ein konstanter Vierervektor ist. Nehmen Sie an, dass $\vec{k} = k\vec{e}_z$ ist und wählen Sie die folgenden (nicht orthogonalen) Basisvektoren für a^μ:

$$\epsilon^{(1)\mu} = (0,1,0,0), \tag{5}$$

$$\epsilon^{(2)\mu} = (0,0,1,0), \tag{6}$$

$$\epsilon^{(L)\mu} = \frac{1}{k}\left(\frac{\omega}{c},0,0,k\right) = \frac{1}{k}k^\mu, \tag{7}$$

$$\epsilon^{(B)\mu} = \frac{1}{k}\left(k,0,0,-\frac{\omega}{c}\right), \tag{8}$$

wobei $\epsilon^\mu = (\epsilon^0, \vec{\epsilon})$. Schreiben Sie

$$a^\mu = a_1\epsilon^{(1)\mu} + a_2\epsilon^{(2)\mu} + a_L\epsilon^{(L)\mu} + a_B\epsilon^{(B)\mu}\,. \tag{9}$$

Welche Bedingungen erhält man für a_1, a_2, a_L, a_B aus

i) $\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$,

ii) $\vec{\nabla}\times\vec{E} + \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = 0$,

iii) $\vec{\nabla}\times\vec{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = 0$,

iv) $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0\,$?

v) Welche der Parameter a_1, a_2, a_L, a_B sind eichabhängig?

vi) Geben Sie die mittlere Energiedichte als Funktion von a_1, a_2, a_L, a_B unter den Bedingungen i)-iv) an.