Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Institut für Theoretische Physik

Übungen zur Vorlesung ,,Elektrodynamik"

Prof. Dr. T. Gehrmann

Blatt 6 –Frühjahrssemester 2013
Abgabe: 9.04.2013
Besprechung: ETH 10.04.2013
UZH 11.04.2013

http://www.itp.phys.ethz.ch/education/lectures_fs13/Elektrodynamik

Aufgabe 1 Bewegung eines magnetischen Dipols

Gegeben sei ein homogenes Magnetfeld $\vec{B} = B_0\,\vec{e}_z$. Im Magnetfeld befinde sich ein magnetischer Dipol mit Dipolmoment $\vec{m} = (m_x, m_y, m_z)$.

(a) Wie groß ist die Kraft auf den magnetischen Dipol? Wie lautet das Drehmoment $\vec{D}$?

(b) Stellen Sie mit Hilfe der Gleichung für das *gyromagnetische Verhältnis* γ, $\vec{L} = \vec{m}\,/\,\gamma$, die Bewegungsgleichung für das magnetische Dipolmoment auf. Um welche Art von Gleichung handelt es sich dabei?

(c) Lösen Sie die Bewegungsgleichung für die Anfangsbedingung $\vec{m}(t=0) = (M_0, 0, M_z)$.

Aufgabe 2 Quadratische Leiterschleife: Vektorpotential und Magnetfeld

In der xy-Ebene sei eine quadratische Leiterschleife mit Kantenlänge a gegeben. Der Mittelpunkt der Leiterschleife befinde sich im Ursprung, die Kanten seien parallel zu den Koordinatenachsen. Die Leiterschleife werde von einem Strom I durchflossen.

(a) Berechnen Sie das durch die Leiterschleife hervorgerufene Vektorpotential $\vec{A}$ an einem beliebigen Raumpunkt $\vec{r}$ aus dem Linienintegral

$$\vec{A}\,(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int\limits_\gamma \frac{d\vec{r}\,'}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}\,,$$

wobei γ den Weg entlang der Leiterschleife bezeichnet.

(b) Berechnen Sie aus dem Vektorpotential $\vec{A}$ das Magnetfeld $\vec{B}$.

(c) Zeigen Sie, dass das Vektorpotential $\vec{A}$ dieser Stromverteilung für $|\vec{r}| \gg a$ (im Fernfeld) einem Dipolfeld

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3}$$

mit $\vec{m} = a^2 I \vec{e}_z$ entspricht.

Hinweis: $\displaystyle\int \frac{dv}{\sqrt{(v-b)^2 + c^2}} = \operatorname{Arsinh}\left(\frac{v-b}{c}\right)$

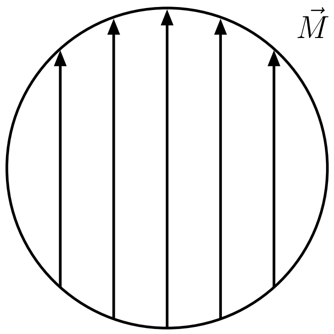
Aufgabe 3 Homogen magnetisierte Kugel

Gegeben sei eine homogen magnetisierte Kugel mit Magnetisierung $\vec{M} = M_0 \vec{e}_z$ ohne freie Ströme, $\vec{j}_F = 0$. Ausserhalb der Kugel sei die Magnetisierung Null, sowie $\vec{j}_F = 0$.

(a) Zeigen Sie, dass in diesem Falle gilt, dass $\vec{H}(\vec{x}\,) = -\vec{\nabla}\varphi_m(\vec{x}\,)$ mit dem skalaren magnetischen Potential

$$\varphi_m(\vec{x}\,) = -\frac{1}{4\pi} \vec{\nabla}_x \cdot \int d^3x' \frac{\vec{M}(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|}.$$

(b) Berechnen Sie das skalare magnetische Potential $\varphi_m(\vec{x}\,)$ für die gegebene Magnetisierungsverteilung im ganzen Raum. Dies erfordert eine Fallunterscheidung $r \gtrless R$ sowie die Berücksichtigung von $\sqrt{(r-r')^2} = |r - r'|$.



(c) Berechnen Sie das gesamte magnetische Moment $\vec{m}_{ges.}$ der Kugel, und stellen Sie das magnetische Potential als Funktion von $\vec{m}_{ges.}$ dar.

(d) Berechnen Sie nun das $\vec{H}$-Feld und das $\vec{B}$-Feld, wiederum getrennt für die beiden Teilräume. Welche Feldformen ergeben sich für den Innen- bzw. den Außenraum der Kugel? Skizzieren Sie in drei getrennten Zeichnungen die Feldlinien von $\vec{M}$, $\vec{B}$ und $\vec{H}$.