Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Institut für Theoretische Physik

Probeklausur zur Vorlesung „Elektrodynamik“

Prof. Dr. T. Gehrmann

Frühjahrssemester 2013
22.05.2013

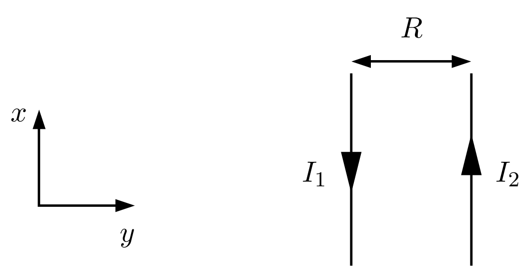
Aufgabe	K	1	2	3	Σ
Punkte					

Teil I: KURZFRAGEN

K1 (1 Punkt)

Von zwei parallelen stromdurchflossenen Leitern im Abstand R erzeuge I_1 die magnetische Induktion $\vec{B}_1$.

1. Man zeichne in die Abbildung die Richtung der Kraft $\vec{F}$ von I_1 auf I_2 ein.

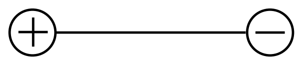


2. Wie lautet die funktionale Form von $\vec{F}$ pro Längeneinheit?

K2 (1 Punkt)

Wie lautet die funktionale Form des elektrischen Potentials $\phi(\vec{r})$ eines statischen Dipols mit Dipolmoment $\vec{p}$?

Skizzieren Sie den Verlauf der elektrischen Feldlinien und deren Richtung:



K3 (2 Punkte)

Interpretieren Sie die Bedeutung der Gleichung:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{S} = -\vec{j} \cdot \vec{E} :$$

die Bedeutung von $\frac{\partial w}{\partial t}$ ist

die Bedeutung von $\vec{S}$ ist

die Bedeutung von $-\vec{j} \cdot \vec{E}$ ist

K4 (1 Punkt)

Geben Sie das Verhalten der Tangential- und Normal-Komponenten des elektrischen Feldes an einer geladenen Fläche mit Flächenladungsdichte σ an.

K5 (2.5 Punkte)

Wie lauten das zeitabhängige elektrische und magnetische Feld als Funktion des skalaren Potentials $\phi(\vec{x},t)$ und des Vektorpotentials $\vec{A}(\vec{x},t)$?

$\vec{E}(\vec{x},t) =$ $\qquad\qquad$ $\vec{B}(\vec{x},t) =$

Welche Eichtransformation der Potentiale (mit Hilfe einer beliebigen Eichfunktion $\Lambda(\vec{x},t)$) lässt die elektromagnetischen Felder invariant ?

$\phi'(\vec{x},t) =$ $\qquad\qquad$ $\vec{A}'(\vec{x},t) =$

Geben Sie die Eichtransformation des 4-Potentials A^μ in 4-Vektor-Schreibweise an:

$$A'^\mu =$$

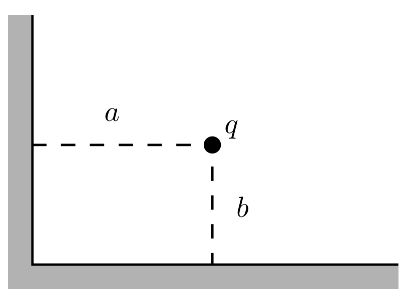
K6 (1.5 Punkte)

Geben Sie die wesentlichen Eigenschaften einer ebenen elektromagnetischen Welle im Vakuum an:

$\vec{E}\cdot\vec{B} =$ $\qquad$ $\vec{k}\cdot\vec{E} =$ $\qquad$ $\vec{k}\cdot\vec{B} =$ $\qquad$ $\vec{S} \sim$

Teil II: AUFGABEN

Aufgabe 1 (7 Punkte)



1. Benutzen Sie die Methode der Spiegelladungen, um die Kraft $\vec{F}$ auf eine Punktladung q zu bestimmen, die sich in den Abständen a und b von zwei zueinander senkrecht stehenden, leitenden, geerdeten und verbundenen Halbebenen befindet.

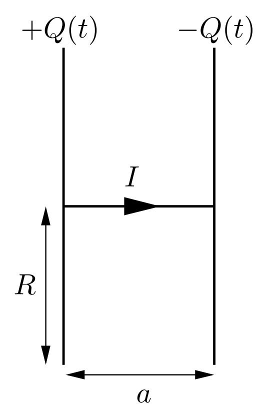
2. Berechnen Sie das entsprechende Quadrupolmoment dieser Konfiguration in kartesischen Koordinaten
$$Q^{ij} = \int_V (3x^i x^j - \delta^{ij}|\vec{x}|^2)\rho(\vec{x})d^3x.$$

3. Wie sieht das Potential $\phi(\vec{r}\,)$ dieser Ladungsverteilung im Fernfeld ($|\vec{r}\,| \gg a, b$) aus?

Aufgabe 2 (7 Punkte)

Betrachten Sie einen geladenen Plattenkondensator (kreisförmige Platten mit Radius R, Plattenabstand a), der durch einen dünnen Draht mit hohem Widerstand kurzgeschlossen ist.

Zu Anfang ($t = 0$) befinden sich auf den Platten die Ladungen $+Q_0$ und $-Q_0$. Durch den Draht fließe ein kleiner, stationärer Strom I =const, so daß sich der Kondensator langsam entlädt.



1. Berechnen Sie die Flächenladungsdichten $\sigma(t)$ auf beiden Platten unter der Annahme, dass diese unendlich gut leitfähig sind (d.h. die Ladung verteilt sich instantan gleichmässig).

2. Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{x}, t)$ zwischen den Kondensatorplatten (unter Vernachlässigung von Randeffekten).

3. Bestimmen Sie das magnetische Feld $\vec{B}(\vec{x}, t)$ zwischen den Kondensatorplatten (Hinweis: benutzen Sie Zylinderkoordinaten und den Satz von Stokes).

4. Berechnen Sie die zeitliche Änderung der elektromagnetischen Feldenergie W zwischen den Platten.

Aufgabe 3 (7 Punkte)

Eine beliebige Lorentztransformation des elektrischen und magnetischen Feldes $\vec{E}$ und $\vec{B}$ von einem Bezugssystem K in ein Bezugssystem K', welches sich mit Geschwindigkeit $\vec{v}$ relativ zu K bewegt, lässt sich schreiben als

$$\vec{E}' = \gamma\big(\vec{E} + c\,\vec{\beta} \times \vec{B}\big) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\vec{\beta}(\vec{\beta}\cdot\vec{E}), \tag{1}$$

$$\vec{B}' = \gamma\big(\vec{B} - c^{-1}\,\vec{\beta} \times \vec{E}\big) - \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\vec{\beta}(\vec{\beta}\cdot\vec{B}), \tag{2}$$

wobei $\vec{\beta} = \vec{v}/c$, $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$ und c die Lichtgeschwindigkeit ist.

1. Berechnen Sie $\vec{E}'$ und $\vec{B}'$ explizit für eine Geschwindigkeit $\vec{v} = v\vec{e}_z$ in z-Richtung. (Überzeugen Sie sich, dass die Transformation in diesem Falle der in der Vorlesung diskutierten Lorentztransformation für eine Geschwindigkeit in z-Richtung entspricht.)

Seien im Bezugssystem K das elektrische und das magnetische Feld jeweils konstant mit

$$\vec{E} = E_0\vec{e}_y \qquad \text{und} \qquad \vec{B} = B_0\vec{e}_z,$$

wobei $E_0 > 0$ und $B_0 > 0$ sowie $E_0 = cB_0/2$. Zur Zeit $t = 0$ befinde sich eine Punktladung q am Ursprung ($\vec{x} = 0$) und bewege sich mit Geschwindigkeit $v_0 = 2c/3$ in Richtung der positiven x-Achse, d.h. $\vec{v}(t = 0) = v_0\vec{e}_x$.

2. Finden Sie ein Bezugssystem K', in welchem entweder das elektrische oder das magnetische Feld verschwindet.

3. Finden Sie die Geschwindigkeit des Teilchens in diesem Bezugssystem.